

## 2025 文憑試 卷二 第 29 題

**相關概念：**數據的表達、離差的度量

**答案：**A

**分步題解：**

**第一步：**求教師的總數。

$$\begin{aligned} n &= 4 + 8 + 6 + 2 + 2 \\ &= 22 \end{aligned}$$

**第二步：**確定下四分位數 ( $Q_1$ ) 及上四分位數 ( $Q_3$ ) 的位置。由於  $n = 22$ ，數據可分為各有 11 個數據點的兩半。下四分位數  $Q_1$  為下半部的中位數 (第 6 個數據)。上四分位數  $Q_3$  為上半部的中位數 (第 17 個數據)。

**第三步：**從累積頻數求  $Q_1$  及  $Q_3$  的值。閱書數目的累積頻數：

- 3 本書：4
- 4 本書：4 + 8 = 12
- 5 本書：12 + 6 = 18 第 6 個數據落在「4 本書」的類別，所以  $Q_1 = 4$ 。第 17 個數據落在「5 本書」的類別，所以  $Q_3 = 5$ 。

**第四步：**計算四分位數間距。

$$\begin{aligned} \text{四分位數間距} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 5 - 4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

## 2025 文憑試 卷二 第 30 題

**相關概念：**集中趨勢的度量、離差的度量

**答案：**B

**分步題解：**

**第一步：**運用平均值得出  $\alpha$  及  $\beta$  之間的關係。這 8 個數據點的總和為  $0 \times 8 = 0$ 。

$$\begin{aligned} \alpha + \beta + (-4) + (-3) + 1 + 1 + 1 + 4 &= 0 \\ \alpha + \beta + 0 &= 0 \\ \alpha + \beta &= 0 \end{aligned}$$

因此，陳述 III 正確，且我們有  $\beta = -\alpha$ 。

**第二步：**運用分佈域來確定  $\alpha$  及  $\beta$  的值。不失一般性，假設  $\alpha \leq \beta$ 。由於  $\beta = -\alpha$ ，這意味著  $\alpha \leq 0$  及  $\beta \geq 0$ 。在已知數字  $\{-4, -3, 1, 1, 1, 4\}$  中，最小值為  $-4$  而最大值為  $4$ ，這得出分佈域為  $4 - (-4) = 8$ 。由於實際的分佈域為 10，最大值及/或最小值必來自  $\alpha$  或  $\beta$ 。由於  $\alpha$  及  $\beta$  對稱於 0，它們必須分別為最小值及最大值。

$$\begin{aligned} \text{分佈域} &= \beta - \alpha \\ 10 &= \beta - (-\beta) \\ 2\beta &= 10 \\ \beta &= 5 \end{aligned}$$

因此， $\alpha = -5$ 。完整的數據組為：-5, -4, -3, 1, 1, 1, 4, 5。

**第三步：**檢查陳述 I ( $s = 1$ )。數字 1 出現三次，為最高頻數。因此，眾數  $s = 1$ 。所以，陳述 I 正確。

**第四步：**檢查陳述 II ( $t = -1$ )。已排序的數據為 -5, -4, -3, 1, 1, 1, 4, 5。中位數  $t$  是第 4 及第 5 個值的平均值。

$$t = \frac{1+1}{2} = 1$$

因此，陳述 II 錯誤。

## 2025 文憑試 卷二 第 31 題

**相關概念：**整數指數律

**答案：**D

分步題解：

**第一步：**使用 16 的冪展開十六進制數。在「3E」之後有十二個零。在 16 進制中， $E_{16} = 14_{10}$ 。

$$3E000000000000_{16} = 3 \times 16^{13} + 14 \times 16^{12}$$

**第二步：**將數式轉換為二進制。

$$\begin{aligned} 3 \times 16^{13} + 14 \times 16^{12} &= 3 \times (2^4)^{13} + 14 \times (2^4)^{12} \\ &= 3 \times 2^{52} + 14 \times 2^{48} \\ &= (2+1) \times 2^{52} + (8+4+2) \times 2^{48} \\ &= 2^{53} + 2^{52} + 2^3 \times 2^{48} + 2^2 \times 2^{48} + 2^1 \times 2^{48} \\ &= 2^{53} + 2^{52} + 2^{51} + 2^{50} + 2^{49} \end{aligned}$$

## 2025 文憑試 卷二 第 32 題

**相關概念：**續多項式

**答案：**C

分步題解：

**第一步：**將每個多項式完全因式分解。

$$\begin{aligned} p^2 - 4q^2 &= (p-2q)(p+2q) \\ p^3 - 8q^3 &= (p-2q)(p^2 + 2pq + 4q^2) \\ (p+2q)(p^2 - 4q^2) &= (p+2q)(p-2q)(p+2q) \\ &= (p-2q)(p+2q)^2 \end{aligned}$$

**第二步：**透過取每個不同因式的最高次冪來求最小公倍式 (L.C.M.)。不同的因式為  $(p-2q)$ 、 $(p+2q)$  及  $(p^2 + 2pq + 4q^2)$ 。

- $(p-2q)$  的最高次冪為 1。

- $(p+2q)$  的最高次冪為 2。
- $(p^2+2pq+4q^2)$  的最高次冪為 1。

$$\text{L.C.M.} = (p-2q)(p+2q)^2(p^2+2pq+4q^2)$$

第三步：重新排列以符合給定的選項。認出  $(p-2q)(p^2+2pq+4q^2) = p^3 - 8q^3$ 。

$$\text{L.C.M.} = (p+2q)^2(p^3-8q^3)$$

## 2025 文憑試 卷二 第 33 題

**相關概念：**指數函數與對數函數、直線方程

**答案：**C

分步題解：

**第一步：**建立線性方程。設垂直軸為  $Y = \log_5 y$  及水平軸為  $X = \log_{25} x$ 。

$y$  截距為 12，所以直線穿過  $(0,12)$ 。 $x$  截距為 2，所以直線穿過  $(2,0)$ 。求斜率  $m_{\text{直線}}$ ：

$$\begin{aligned} m_{\text{直線}} &= \frac{0-12}{2-0} \\ &= -6 \end{aligned}$$

直線的方程為：

$$Y = -6X + 12$$

**第二步：**將原來的變量代回方程。

$$\log_5 y = -6(\log_{25} x) + 12$$

**第三步：**運用對數的性質來轉換  $\log_{25} x$  的底。

$$\begin{aligned} \log_{25} x &= \frac{\log_5 x}{\log_5 25} \\ &= \frac{\log_5 x}{2} \end{aligned}$$

**第四步：**將此代回並以  $x$  表  $y$ 。

$$\begin{aligned} \log_5 y &= -6\left(\frac{\log_5 x}{2}\right) + 12 \\ \log_5 y &= -3\log_5 x + 12 \\ \log_5 y &= \log_5(x^{-3}) + \log_5(5^{12}) \\ \log_5 y &= \log_5(5^{12}x^{-3}) \\ y &= 5^{12}x^{-3} \end{aligned}$$

**第五步：**與給定形式比較以求  $n$ 。透過比較  $y = 5^{12}x^{-3}$  與  $y = mx^n$ ，我們可見：

$$n = -3$$