

數學建模教學方案設計比賽

《學教評方案設計》

參賽教學方案名稱：_我的公式會進化——功課時間建模之旅

學與教活動內容：

基本資料		
年級：	P6	時間：35 分鐘
範疇：	數	節數：4
課題：	簡易方程（代數式應用）	
課堂模式：	☒ 全班教學 ☐ 分組教學 ☐ 協作教學	
教學目標：	<p>知識</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能將生活因素（功課量、疲勞、開始時間）轉化為代數變數 2. 能理解變數的意義——代表每天變化的數字 3. 能建立個人化的功課時間預測公式 <p>技能</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 能連續一星期如實記錄自己的功課數據 2. 能從數據中找出影響功課時間的關鍵因素 3. 能用量化方式測量每個因素的影響幅度 4. 能用代數式表示因素關係，並迭代優化公式 <p>態度</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 培養誠實記錄、尊重數據的科學精神 2. 透過了解自己的學習模式，學會規劃時間、善待自己 3. 願意從誤差中學習，接受「迭代優化」的成長型思維 	
預期學生難點：	<p>學生較不習慣將生活感覺轉化為數學語言——他們知道「累的時候寫得慢」，但不知如何用數字表達「慢多少」；知道「功課多」，但不懂區分不同科目的速度差異。</p> <p>連續預測失準容易打擊信心，學生可能誤以為「我不擅長數學」而放棄。記錄期容易中斷或敷衍，尤其當他們看不見即時回饋時。</p>	

	<p>建立公式時，學生可能不知從何入手，或選了太複雜的模板而卡住。計算係數時的四則運算錯誤也會影響結果。</p> <p>最大的隱性難點是不理解「迭代」的意義——他們習慣「一次做對」，需要引導才能接受「從錯誤中學習、逐步優化」的建模精神。</p>										
已有知識(如有)：	<table border="0"> <tr> <td>代數初步</td><td>能理解字母代表數，曾接觸簡易方程</td></tr> <tr> <td>四則運算</td><td>熟練加減乘除，能計算平均數</td></tr> <tr> <td>時間計算</td><td>能計算時間間隔（如 4:30 到 6:15 是多少分鐘）</td></tr> <tr> <td>圖表閱讀</td><td>能閱讀簡單統計圖表，曾製作過統計圖</td></tr> <tr> <td>生活經驗</td><td>有估計功課時間的經驗，知道影響功課速度的因素</td></tr> </table>	代數初步	能理解字母代表數，曾接觸簡易方程	四則運算	熟練加減乘除，能計算平均數	時間計算	能計算時間間隔（如 4:30 到 6:15 是多少分鐘）	圖表閱讀	能閱讀簡單統計圖表，曾製作過統計圖	生活經驗	有估計功課時間的經驗，知道影響功課速度的因素
代數初步	能理解字母代表數，曾接觸簡易方程										
四則運算	熟練加減乘除，能計算平均數										
時間計算	能計算時間間隔（如 4:30 到 6:15 是多少分鐘）										
圖表閱讀	能閱讀簡單統計圖表，曾製作過統計圖										
生活經驗	有估計功課時間的經驗，知道影響功課速度的因素										
教學資源：	<p><u>功課時間偵探記錄表（7 天份，含每日預測反思）</u></p> <p><u>誤差分析與公式進化紀錄表</u></p> <p><u>寫給自己的信（反思沉澱）</u></p>										

L1 教學計劃: 啟動建模思維	
教學程序及時間	教學活動 / 程序 (請標注與數學建模相關的部分)
重溫	簡易方程
引起動機 3'	<p>引起動機</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師提問:「你試過以為功課很少,結果寫到很晚嗎?或者以為很多,結果很快寫完?」 學生自由分享「估錯」經驗 教師總結:「估錯是正常的!因為我們只憑感覺,沒有數據。接下來我們要當『時間偵探』,用數據找出真正影響時間的因素。」 <p>★ 建模第一步:識別問題——從生活經驗中提出核心問題:「如何預測功課時間?」</p>
發展階段 5'	<p>回顧預習 + 連結生活</p> <ul style="list-style-type: none"> 邀請 2-3 位學生分享過往幾天做功課所需的時間 教師追問:「如果我們需要一些資訊來推測每天做功課的時間,應該收集哪些資訊?」 <p>★ 建模第二步:辨別資訊——學生開始意識到影響因素的存在</p>
8'	<p>小組討論:影響功課時間的因素</p> <ul style="list-style-type: none"> 四人一組,用便利貼寫下所有想到的因素(每張一個因素) 教師提示方向:功課本身、個人狀態、環境、時間等 各組把便利貼貼在白板上 <p>★ 建模第二步:作出假設——列出可能影響的變數</p>
4'	<p>記錄功課時間</p> <ul style="list-style-type: none"> 派發第 1 頁工作紙 教師請學生完成第 1 至 3 題,建立功課量和寫功課時間的直觀關係,並透過實際經驗初步歸納其它影響功課時間的因素 <p>★ 建模第三步:分析情境——引入親身經驗到情境思考</p>
應用階段 7'	<p>第一次預測:寫下 V0 基本公式</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師引導:「從最簡單的想法開始,把今天中、英、數的功課量與功課時間表達出來。」 學生在工作紙 1B 填寫 V0 公式,並預測今天功課時間 示例:「時間 = 數學題數 × 5 + 中文頁數 × 15 + 英文頁數 × 15」 教師提示學生如「數學題數 × 5」包含的數學意義,即假設了每題數學題需時 5 分鐘解決

	<p>★ 建模第五步：建立初始模型（V0）——從最簡單的想法開始第一次建模</p>
<p>總結 5'</p>	<p>預防控敗感：預測失準是正常的</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師引導：「明天我們來看看——有誰估準的？應該沒有人。估不準是正常的！因為你還沒找到所有因素。接下來一星期，你的任務不是『估準』，而是『找出自己漏掉的因素』。」 • 強調：就算每天都估錯，也會越來越知道自己錯在哪——這就叫進步！

L2 教學計劃: 因素發現和模型限制	
教學程序及時間	教學活動 / 程序 (請標注與數學建模相關的部分)
重溫 5'	重溫 + 連結記錄 <ul style="list-style-type: none"> 教師提問：「昨天誰準確估到功課時間？舉手！」（通常很少人舉手） 「誰發現自己為什麼不準？舉手！」（鼓勵較多學生舉手） 教師總結：「估不準是正常的，但如果你知道自己為什麼不準——這就叫進步！今天我們要把這些『為什麼』變成數據分析。」 小組內快速分享：每人用一句話說出有甚麼事影響做功課的時間
引起動機 5'	引入更多考慮因素 <ul style="list-style-type: none"> 教師提問：「在不同的日子，完成一樣數量的功課，完成時間會相同嗎？」 學生簡單回應 教師總結：「因此，我們可以考慮在基礎模型公式 (V0) 之中，加入更多考慮因素令模型更能反映現實情況。」
發展階段 10'	分析因素的影響 <ul style="list-style-type: none"> 派發第 2 – 3 頁工作紙 學生分組討論哪些因素對功課時間影響最大，並討論如何表達影響 教師向學生解釋以增加若干分鐘和增加若干 % 表達影響的分別，如假設疲勞令每項功課時間增加 10 分鐘，即同時假設了增加的時間只和有多少份功課相關，但和每份功課的性質和量無關；而當假設疲勞令每項功課時間增加 10 %，即同時假設了增加的時間與功課量相關，但和每份功課的性質無關 學生分組，按第 2 頁指示擬定改善的模型公式 (V1) ★ 建模第六步：選擇數學工具——理解不同數學運算在現實的意義，並選取合適的工具表達現實中的想法
應用階段 5'	計算功課完成時間 <ul style="list-style-type: none"> 教師示範：如何按所擬定的公式為例子，計算預計完成功課時間 學生按每組決定的公式，計算預計完成功課時間
5'	模型限制 <ul style="list-style-type: none"> 教師引導學生回答工作紙第 3 頁第 1 – 2 題，並帶出所有模型均有限制 教師籍疲勞程度為例子，提出能進一步改善模型的方案 ★ 建模第七步：了解模型限制——比較模型表達的情況與現實的差異
總結 5'	總結 + 預告第 3 節課 <ul style="list-style-type: none"> 邀請 1 – 2 組學生分享他們的模型並發現其差異

	<ul style="list-style-type: none"> • 教師總結：「雖然大家的模型樣式和考慮因素相似，但由於模型的假設有限制，而且各人花在不同科目功課的時間亦不同，所以我們仍然可以更聚焦地收集更多數據，進一步改善模型。」 • 教師著學生按第 3 頁工作紙指示，收集一週做功課時間的相關數據
--	---

L3 – 4 教學計劃: 建立個人化公式

教學程序及時間	教學活動 / 程序 (請標注與數學建模相關的部分)
重溫 5'	重溫上節發現 <ul style="list-style-type: none"> • 與學生回顧一週功課時間的記錄 • 教師提問：「把相同的公式應用到五天的功課，你有沒有發現相差時間的一些規律，如經常估多了或估少了功課時間？」 • 引入今天課題：「今天我們要利用收集到的數據建立更個人化的公式」
引起動機 5'	深入分析假設 <ul style="list-style-type: none"> • 派發工作紙第 4 – 5 頁 • 教師與學生討論工作紙第 3 頁中假設的限制，說明模型公式在簡化現實情境時不考慮哪些因素 • 教師說明：「如要進一步改善模型，我們便要透過實際的數據和更仔細的考慮，令模型能更進一步反映現實。」
發展階段 20'	分析數據決定因素的影響 <ul style="list-style-type: none"> • 學生分組從過往一週搜集到的數據，比較精神好的日子和很累的日子在完成功課所需時間的差距 • 教師提醒學生，由於每天的功課量不同，所以比較時應按每題/每頁時間作比較 • 教師透過數學功課作例子，示範計算疲勞的影響，並以圖示讓學生明白疲勞日子做功課慢若干%的意義，並著學生按收集到的數據進行類似計算 • 如學生能力許可，教師可引導學生構思以算式表達疲勞度和影響百分數的關係，並完成第 6 題的挑戰題 • 在分析開始時間的影響時，教師提醒學生應用公平測試的概念，選疲勞程度相似但開始時間不同的日子作比較 ★ 建模第八步：代入數據——根據數據確定公式中的係數
12'	建立 V2 公式 <ul style="list-style-type: none"> • 教師簡單向學生解釋甚麼是公式中的變量和係數 • 教師與學生討論如需要優化公式，可從因應數據修正係數和引入新的考慮因素兩個角度思考

	<ul style="list-style-type: none"> 教師介紹如何透過按情況劃分，運用不同公式在不同情況進行預測來減少誤差 學生在工作紙寫下 V2 公式 <p>★ 建模第九步：修正模型 (V2) ——用數據規律找出可修正的地方，並重建公式</p>
10'	<p>引入代數語言</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師與學生討論 V2 公式的表達會否過於複雜並難以理解 教師說明如何以代數符號表達公式內容，並與學生在代數公式中分辨係數和變量的關係 教師引導：「如果各位同學的考慮因素都相同，公式的結構模式是固定的。但是由於各位同學做功課的速度、受疲勞因素影響的程度等會有不同，所以我們花了這麼多時間分析各個影響，就是要聚焦於從數據找出符合自己的係數，而建立出配合自己的個人化公式。」 學生自行設各未知數代表的東西 經教師示範，學生代入合適的係數數值，完成只剩變量為未知量的公式 <p>★ 建模第十步：表達模型 (V3) ——運用代數語言並代入適當係數，來表達數學模型</p>
8'	<p>公式發表會</p> <ul style="list-style-type: none"> 邀請 2-3 位自願者向全班分享 <ul style="list-style-type: none"> 我的 V0 和 V3 分別是什麼？ 我的公式考慮了哪些影響因素？ 我學到最重要的事是什麼？ 教師給予具體肯定和回饋
3'	<p>應用：預測未來一週</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師鼓勵學生用 V3 公式預測未來一週的功課時間並發現公式是否仍有可改善的地方 根據預測，簡單規劃作息：哪幾天要早點開始？哪幾天可以放鬆？ <p>★ 建模第十六步：模型應用——用公式規劃未來生活</p>
5'	<p>寫給自己的信</p> <ul style="list-style-type: none"> 派發第 6 頁工作紙（寫給自己的信） 學生靜默完成信件，總結這一星期的學習和發現 教師可播放輕音樂營造氣氛
總結 2'	<p>教師總結 + 回饋</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師總結：「這四節課，你們從 V0 直覺公式，到 V3 數據公式，預測功課時間更加準確，有人進步 10 分鐘，有人進步 30 分鐘——都很好！因為

進步不只看準確度，還看你有沒有更了解自己。」

- 「就算誤差沒變小，但你現在知道自己為什麼不準——這本身就是進步。」
- 「最後送你們一句話：了解自己，才能善待自己。這個公式不是為了考試，是為了讓你在緊湊的日子裡，記得照顧自己。」

聯合培進教育出版
UNITED PRIME
EDUCATIONAL PUBLISHING